

תרגול 2 – גוף שחור

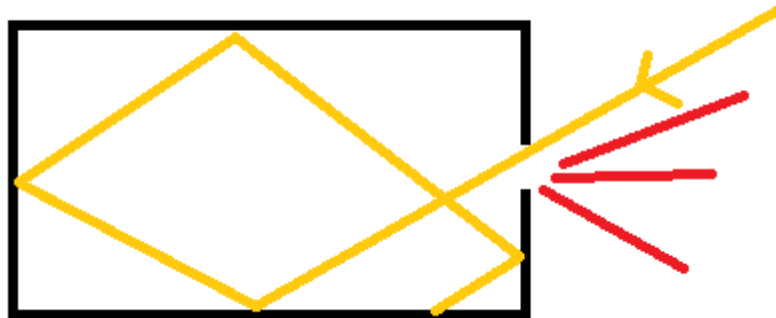
קרינת גוף שחור – רקע תאורטי

גוף שחור אידיאלי הוא גוף שבולע את כל תדירויות האור שפוגעות בו, כך שהוא לא מחזיר קרינה כלל.

לכן הקרינה שנפלטת ממנו נובעת אך ורק מקרינה תרמית, כלומר מכך שהגוף חם. (טמפרטורה היא מדד לכמות הרעידות של האטומים בחומר. אטומים עשויים ממטענים חשמליים. מטענים חשמליים מתנוודדים יוצרים קרינה אלקטרומגנטית) כמובן שבמציאות אין כזה דבר גוף שחור לחלוטין, אבל יש הרבה גופים שבקירוב טוב יכול להיחשב גוף שחור.

למשל חתול שחור ששוכב בשמש מהווה גוף שחור לא רע. אם תמדדו את הקרינה שנפלטת מהחתול תוכלו להעריך את הטמפרטורה הממוצעת שלו.

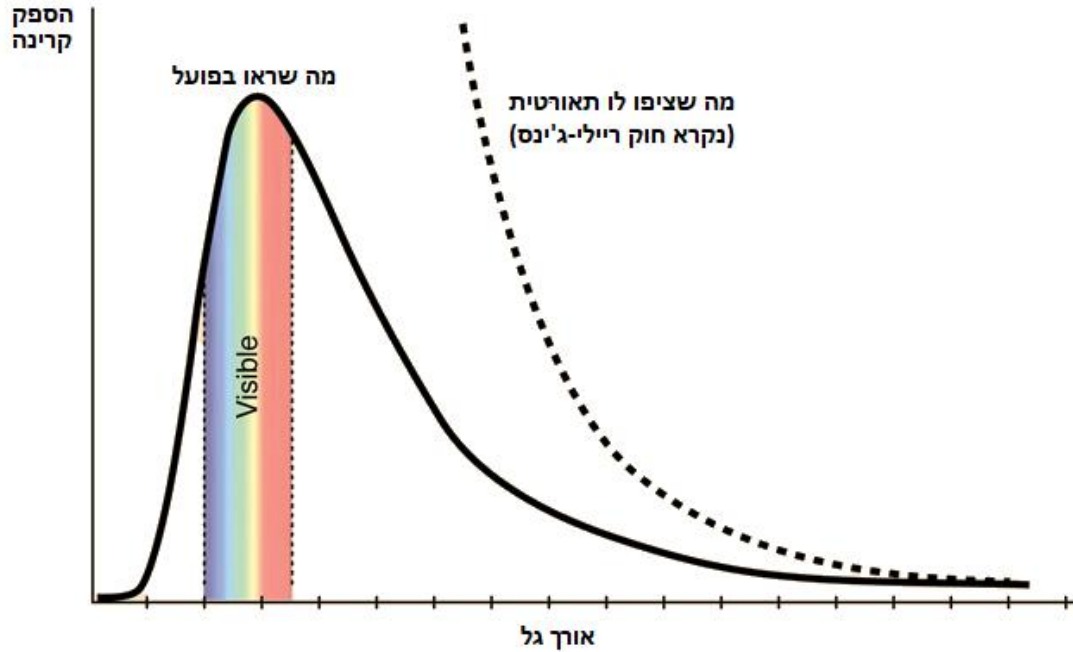
מודל יותר טוב לגוף שחור שמשמש בו בפיזיקה היא קופסא עם חור קטן. רוב הקרינה שתכנס לתוך הקופסא תסתובב בתוך הקופסא עד שהיא תבלע לחלוטין, ולכן מהחור תפלט רק קרינה תרמית.



קרן מבחוץ שנכנסת לקופסא תוחזר בתוך הקופסא עד שהיא תבלע. הסיכוי שהיא תצליח לחזור ולצאת מהחור מאוד קטן. לכן מהחור נפלטת רק קרינה תרמית (שנפלטת בכל הכיוונים)

דוגמא לכך זה האישון של העין שלנו. האישון נראה שחור כי אור לא מצליח לברוח ממנו. כשמצלמים את העין עם פלאש של מצלמה האור חוזר מהרשתית, ואז אפשר לראות שהעין בעצם אדומה מאחורה.

פיסיקאים לאורך ההיסטוריה ממדו את הספק הקרינה הנפלט מגופים שחורים כפונקציה של התדר. באופן תאורטי הם ציפו שהקרינה תתחזק ככל שאורך הגל יקטן, אבל זוהי תוצאה לא פיסיקלית כי אז הינו מקבלים אין סוף אנרגיה שנפלטת באורכי הגל הנמוכים. בפועל קיבלו צורה מוזרה כזאת:



לא הצליחו להסביר את התוצאה הניסויית, עד שהפיסיקאי מקס פלאנק הצליח לייצר נוסחה שחזרה את צורת הגרף שהתקבלה.

פלאנק הניח שהאנרגיה לא רציפה, אלא חייבת לבוא במנות בודדות של קבוע h שהיום נקרא קבוע פלאנק. על ידי ההנחה הזו הוא הצליח לפתח את הספק הקרינה. כדי להבין כיצד הוא פיתח את הנוסחה יש צורך בידע במכניקה סטטיסטית, ולכן לא נכנס לפיתוח של הנוסחה בקורס הזה אלא רק נשתמש בה.

קרינת גוף שחור – נוסחאות חוק פלאנק

נותן את האנרגיה הנפלטת ליחידת נפח של חומר, ליחידת תדר:

$$u(\nu) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{k_b T}} - 1}$$

כאשר:

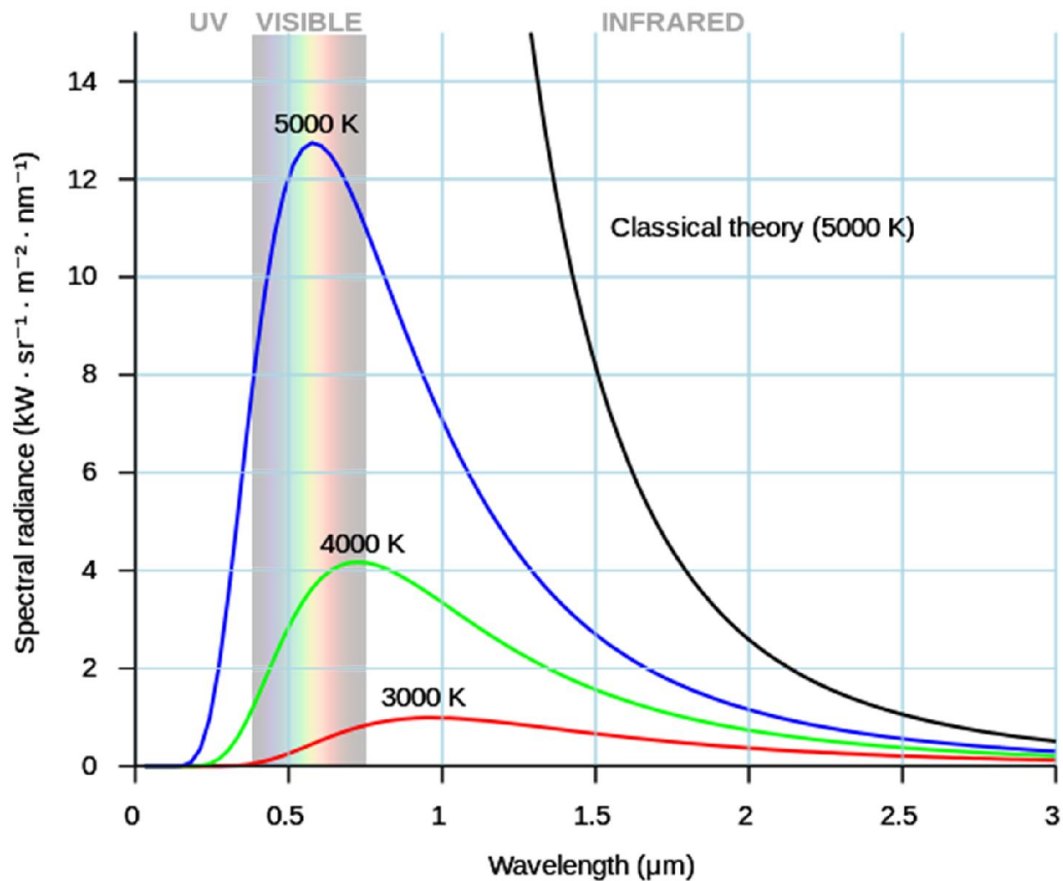
ν – תדירות. האות היוונית ν משום מה אוהבים לסמן איתה תדירות אז כדאי שתכירו. שקול לאות f שהשתמשנו בה בתרגול 1.

h – קבוע פלאנק. ממיר בין תדירות לאנרגיה. יחידות של $\frac{J}{Hz}$ או $J \cdot s$.
 c – מהירות האור בריק.

k_B – קבוע בולצמן. ממיר טמפרטורה בקלווין לאנרגיה. יחידות של $\frac{J}{K}$ (אנרגיה חלקי קלווין).
 T – טמפרטורה של הגוף במעלות קלווין.

מעלות קלווין זהות בגודל למעלות צלזיוס, אבל מתחילות מהאפס המוחלט (הטמפרטורה הנמוכה ביותר האפשרית). כלומר $0^\circ K = -273.15^\circ C$.

כלומר מציבים את הטמפרטורה של הגוף, ואז אפשר לצייר כפונקציה של התדר איך תראה הפליטה שלו:



באופן שקול לחלוטין אפשר להציג את החוק פלאנק כפונקציה של אורך הגל:

$$u(\lambda) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$$

חוק ויין

לפי הטמפרטורה של הגוף, נותן את התדירות שבה הגוף יפלוט את הקרינה החזקה ביותר. ויין מצא את החוק הזה באופן אמפירי (בניסוי), אבל היום אפשר לפתח אותו ישירות מחוק פלאנק על ידי בדיקה איפה מתקבל המקסימום של $u(\nu)$. אפשר למשל לראות בגרף למעלה שהמקסימום עבור $5000K$ מתקבל עבור אורך גל קצר יותר מאשר עבור $4000K$.

$$h\nu_{\max} \approx 2.822k_B T$$

ומכאן יוצא:

$$\nu_{\max} [Hz] = 5.879 * 10^{10} * T$$

או:

$$\lambda_{\max} = 2.898 * 10^{-3} * T^{-1}$$

כאשר T הוא הטמפרטורה של הגוף במעלות קלווין.

גוף לא חם מאוד פולט קרינה בתדירות של אינפרא אדום. אם ממשיכים לחמם אותו הוא יתחיל לפלוט אור אדום, אם נמשיך לחמם אותו הוא יתחיל לפלוט גם אור כחול ואז הגוף יראה לנו זוהר בלבן, וכן הלאה. ככה למשל עובדת נורת להט.

חוק סטפן-בולצמן

הספק הקרינה הכולל הנפלט ליחידת שטח מהגוף השחור (שטף, $\frac{W}{m^2}$) כדי לקבל אותו צריך להסתכל על קרינת פלאנק שנפלטת משטח הפנים של הגוף השחור, ואז לעשות אינטגרל על כל התדירויות.

$$J = \sigma T^4$$

כאשר σ (האות היוונית סיגמא) הוא קבוע:

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$$

W – וואט, הספק. אנרגיה לשניה.

m^{-2} – ליחידת שטח.

K^{-4} – מעלות קלווין.

T הוא הטמפרטורה במעלות קלווין.

כך שהיחידות של J הן:

$$J = \sigma T^4 = [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}] \cdot [K^4] = \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

כדי לקבל את כל ההספק הנפלט מהגוף צריך להכפיל את השטף J בפני השטח של הגוף:

$$P = J \cdot S = \left[\frac{W}{m^2} \cdot m^2 \right] = [W]$$

ואז מקבלים הספק (יחידות של וואט).

תרגיל 1 – גופים שחורים

נניח כי כדור הארץ והשמש מתנהגים כמו גופים שחורים.

נתון:

- רדיוס השמש: $R = 7 \cdot 10^5 km$
- מקסימום הפליטה של השמש מתקבל באורך גל $\lambda = 500nm$

שאלות:

- מה טמפרטורת השפה של השמש?
- מה קצב פליטת האנרגיה (הספק, אנרגיה ליחידת זמן) של השמש?
- מה תהיה הטמפרטורה של כדור הארץ בהנחה והוא מקבל מהשמש הספק (ליחידת שטח הניצבת לפני השמש) של $J_{in} = 1400 W \cdot m^{-2}$?

תשובה א

נקבל מיד מהצבה בחוק ויין:

$$T = 2.898 \cdot \frac{10^{-3}}{\lambda_{max}} = 5796K$$

יש לזכור להציב את אורך הגל במטרים ($nm = 10^{-9}m$).
 יוצא לא רע, הטמפרטורה הממוצעת המדודה על פני השמש היא $5800K$.

תשובה ב

מציבים בחוק סטפן-בולצמן את פני השטח של השמש והטמפרטורה של פני השפה שלה ומקבלים את התוצאה:

$$P = J \cdot S = \sigma T^4 \cdot 4\pi R^2 = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi (7 \cdot 10^5 \cdot 10^3)^2 \\ = 3.95 \cdot 10^{26}W$$

לא לשכוח להמיר קילומטרים למטרים!

תשובה ג

נניח שכדור הארץ נראה כמו דיסקה, ולכן קרני השמש פוגעות במאונך בכל שטח הפנים שלו מול השמש.
 (זה כמובן לא נכון, למשל בקטבים השמש פוגעת בזווית גדולה, ולכן פחות הספק ליחידת שטח מגיע לשם. זו הסיבה שבקטבים הרבה יותר קר)

אנחנו גם מניחים שקרני השמש מגיעות מקבילות לכדור הארץ. מאחר והוא מאוד רחוק מהשמש זה קירוב טוב למדי.

נתון לנו ההספק שכדור הארץ מקבל מהשמש.
 הוא לא זהה להספק מסעיף ב, כי שם חישבנו את ההספק הכולל שהשמש פולטת לכל הכיוונים.
 אם נתחשב בשטח הפנים של כדור הארץ, והמרחק שלו מהשמש, נוכל לחשב את הנתון שסיפקו לנו.

במצב שוויון משקל תרמי ההספק הנפלט מכדור הארץ צריך להיות שווה להספק היוצא מכדור הארץ, אחרת הוא היה ממשיך להתחמם או להתקרר והטמפרטורה לא הייתה יציבה.

נסמן ב- r את רדיוס כדור הארץ, ונדרוש:

$$J_{in} \cdot \pi r^2 = J_{out} \cdot 4\pi r^2$$

$$J_{in} \cdot \pi r^2 = \sigma T^4 \cdot 4\pi r^2$$

בצד שמאל יש לנו את ההספק שכדור הארץ מקבל מהשמש: שטח הפנים של כדור הארץ (שהנחנו שהוא דיסקה) מול השמש, כפול שטף ההספק.

בצד ימין יש את ההספק שנפלט מכדור הארץ, שתלוי בטמפרטורה של כדור הארץ (אותה אנחנו רוצים למצוא), ובשטח הפנים הכולל של כדור הארץ.

נבודד ונקבל:

$$T = \left(\frac{J_{in}}{4\sigma}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1400}{4 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8}}\right)^{\frac{1}{4}} \approx 280.3K = 7.3^\circ C$$

במציאות הטמפרטורה הממוצעת של כדור הארץ היא $14^\circ C$.
 הסיבה לכך היא אפקטים נוספים שלא התחשבנו בהם, למשל אפקט החממה שגורם לכך שחלק מהקרינה שנפלטת מכדור הארץ נשארת לכודה בתוך האטמוספירה.